Minima dominanza pesata.

Sia dato un problema P di ottimizzazione combinatoria (ad es. il problema dello zaino oppure un altro, non necessariamente NP-hard) con regione ammissibile X e con due diverse pesature c^1 e c^2 e, di conseguenza, due funzioni obiettivo in conflitto $f_1(x) = c_1 x$ e $f_2(x) = c_2 x$. Sia data una soluzione ammissibile $\overline{x}$ del problema.

Si vuole trovare la combinazione convessa dei due obiettivi $\phi(x) = \lambda f_1(x) + (1-\lambda) f_2(x)$ con $0 \leq \lambda \leq 1$, che ottimizza il rank di $\overline{x}$, cioè che minimizza il numero di soluzioni ammissibili $x \in X$ per le quali $\phi(x)$ è migliore di $\phi(\overline{x})$.

Ragionando nel piano (f_1, f_2) e assumendo che le due funzioni obiettivo vadano massimizzate, la regione dei punti con $f_1(x) \geq f_1(\overline{x})$ e $f_2(x) \geq f_2(\overline{x})$ non va esplorata, poiché per qualsiasi pesatura λ tutte le soluzioni in tale regione dominano $\overline{x}$. Analogamente, non è necessario esplorare la regione dei punti con $f_1(x) \leq f_1(\overline{x})$ e $f_2(x) \leq f_2(\overline{x})$, poiché per qualsiasi pesatura λ tutte le soluzioni in tale regione sono dominate da $\overline{x}$. Vanno invece esplorate le altre due regioni del piano, che sono disgiunte tra loro (a parte il punto $\overline{x}$). Il problema quindi si scompone in due sottoproblemi simmetrici. Uno dei due è maximize $c_2 x \;\; s.t.\; c_1 x \geq c_1 \overline{x},\; x \in X$ e l'altro è il suo simmetrico.

Bisogna ideare un algoritmo che risolva il problema supponendo che esista un modo abbastanza efficiente (anche se non necessariamente polinomiale) di risolvere il problema per un data pesatura λ, che va però adeguato al caso in cui esiste un vincolo aggiuntivo $c_1 x \geq c_1 \overline{x}$ e modificato per ottenere l'enumerazione delle soluzioni migliori e non solo la ricerca di quella ottima.